

Строительная механика

Курс лекций

23.09.2026

Требования к курсу

Бакалавриат, 2 семестр. Для студентов строительных специальностей.

Источники

№	Название	Автор	Год	Тип	URL
1	Сопротивление материалов	А.В. Александров	2023	Академический	https://example.com/book1
2	Строительная механика: учебник	Н.Н. Леонтьев	2022	Академический	https://example.com/book2
3	Расчёт рамных конструкций	Д.В. Коренев	2024	Академический	https://example.com/book3

Лекция 1. Основы строительной механики плоских стержневых систем

Цели

1. Понять основные понятия и аксиомы
2. Научиться определять внутренние усилия
3. Освоить метод сечений для балок и рам

План

1. Предмет и задачи строительной механики
2. Основные понятия: нагрузка, опоры, связи
3. Аксиомы и гипотезы
4. Метод сечений
5. Эпюры внутренних усилий

Ключевые источники

Сопротивление материалов — А.В. Александров, 2023

<https://example.com/book1>

Строительная механика: учебник — Н.Н. Леонтьев, 2022

<https://example.com/book2>

Текст лекции

Добрый день, уважаемые студенты. Мы начинаем изучение одной из важнейших дисциплин вашей профессиональной подготовки — строительной механики. Сегодняшняя лекция является вводной. Мы познакомимся с предметом и задачами этой науки, разберём основные понятия, аксиомы и гипотезы, а затем освоим ключевой инструмент инженера-расчётчика — метод сечений. Наша цель — понять, как определяются внутренние усилия в элементах конструкций и как строятся эпюры этих усилий для простейших балок и рам. Это фундамент, без которого невозможно проектирование ни одного здания или сооружения.

Начнём с первого пункта нашего плана. Что же такое строительная механика? Это наука о методах расчёта сооружений на прочность, жёсткость и устойчивость. Прочность означает способность конструкции сопротивляться разрушению под действием нагрузок. Жёсткость — способность сопротивляться деформациям. Устойчивость — способность сохранять первоначальную форму равновесия. Строительная механика изучает работу конструкций в целом, в отличие от сопротивления материалов, которое рассматривает отдельный стержень. Здесь мы имеем дело с системами, состоящими из многих элементов, соединённых между собой. Такие системы называются стержневыми системами. Они бывают плоскими и пространственными. Сегодня мы ограничимся плоскими системами,

то есть такими, все элементы которых лежат в одной плоскости. Это балки, рамы, фермы, арки. Примером плоской стержневой системы может служить обычная балка на двух опорах, которую вы все видели в строительстве. Или рама — конструкция из вертикальных стоек и горизонтальных ригелей, соединённых жёстко. Строительная механика отвечает на вопросы: какие усилия возникают в элементах? Как они распределяются? Как подобрать размеры сечений, чтобы конструкция выдержала нагрузку? Без этих расчётов невозможно построить ни дом, ни мост, ни промышленный цех. Поэтому строительная механика является теоретической базой для таких дисциплин, как металлические конструкции, железобетонные конструкции, основания и фундаменты. Обратимся к учебнику [Леонтьев, 2022], где подчёркивается, что строительная механика — это наука о прочности и жёсткости сооружений, основанная на законах теоретической механики и сопротивления материалов.

Теперь перейдём ко второму пункту — основным понятиям. Начнём с нагрузки. Нагрузка — это внешнее воздействие на конструкцию. Она бывает постоянной и временной. Постоянная нагрузка действует всё время эксплуатации. Это собственный вес конструкции, вес полов, перегородок, кровли. Временная нагрузка может появляться и исчезать. Это вес людей, мебели, оборудования, снег, ветер. По характеру действия нагрузки делятся на статические и динамические. Статические нагрузки постоянны во времени или меняются медленно. Динамические — быстро меняются, вызывают колебания. Пример статической нагрузки — вес стены. Пример динамической — удар молота или порыв ветра. Нагрузки также бывают сосредоточенными и распределёнными. Сосредоточенная нагрузка приложена в одной точке, например, вес колонны на фундамент. Распределённая нагрузка действует на участке. Она измеряется в килоньютонах на метр. Пример — собственный вес балки, вес снега на покрытии. Распределённая нагрузка может быть равномерно распределённой, как вес слоя воды на дне бассейна, или неравномерно распределённой, как давление грунта на подпорную стенку. В расчётах мы часто заменяем распределённую нагрузку равнодействующей сосредоточенной силой. Для равномерно распределённой нагрузки интенсивностью q на длине l равнодействующая равна ql и приложена посередине участка. Это важное правило, которое мы будем часто использовать.

Далее — опоры и связи. Опоры — это устройства, которые закрепляют конструкцию в пространстве и передают нагрузки на основание. В плоских системах различают три основных типа опор. Первый — шарнирно-подвижная опора. Она допускает поворот и горизонтальное перемещение, но препятствует вертикальному перемещению. Реакция такой опоры направлена вертикально. Пример — катковая опора моста. Второй тип — шарнирно-неподвижная опора. Она допускает только поворот, но препятствует и вертикальному, и горизонтальному перемещению. Реакция имеет две составляющие: вертикальную и горизонтальную. Пример — анкерная опора. Третий тип — жёсткая заделка, или защемление. Она не допускает ни поворота, ни перемещений. В заделке возникают три реакции: вертикальная, горизонтальная и момент. Пример — консольная балка, заделанная в стену. Связи — это элементы, ограничивающие степени свободы. В

плоской системе каждая связь накладывает ограничение. Шарнирно-подвижная опора отнимает одну степень свободы, шарнирно-неподвижная — две, заделка — три. Количество связей определяет статическую определимость системы. Если число неизвестных реакций равно числу уравнений равновесия, система статически определима. Для плоской системы уравнений равновесия три: сумма проекций сил на ось X , на ось Y и сумма моментов. Если неизвестных больше трёх, система статически неопределима. Мы пока будем рассматривать только статически определимые системы. Это важно, потому что для них мы можем найти все реакции из уравнений статики, не прибегая к дополнительным условиям. В учебнике [Александров, 2023] подробно разбираются типы опор и их реакции. Запомните: правильное определение реакций — первый шаг любого расчёта.

Перейдём к третьему пункту — аксиомы и гипотезы. Строительная механика базируется на законах механики абсолютно твёрдого тела, но вносит свои допущения, связанные с деформируемостью материалов. Первая аксиома — аксиома связей. Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями. Это основа метода сечений, который мы скоро изучим. Вторая аксиома — аксиома равновесия. Система сил находится в равновесии, если главный вектор и главный момент равны нулю. Отсюда вытекают уравнения равновесия. Третья аксиома — аксиома действия и противодействия. Силы взаимодействия двух тел равны по модулю и противоположны по направлению. Это позволяет рассматривать равновесие любой отсечённой части конструкции. Четвёртая аксиома — принцип отвердения. Если деформируемое тело находится в равновесии, то оно останется в равновесии, если его считать абсолютно твёрдым. Это позволяет применять уравнения статики к деформируемым системам. Пятая аксиома — принцип независимости действия сил. Результат действия системы сил равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности. Это принцип суперпозиции. Он справедлив, если деформации малы и материал подчиняется закону Гука. Например, если на балку действуют две силы, то прогиб от обеих сил равен сумме прогибов от каждой силы. Это очень удобно для расчётов.

Кроме аксиом, в строительной механике используются гипотезы. Первая гипотеза — гипотеза сплошности. Материал считается сплошным, без пустот и трещин. Вторая — гипотеза однородности. Свойства материала одинаковы во всех точках. Третья — гипотеза изотропности. Свойства материала одинаковы по всем направлениям. Четвёртая — гипотеза упругости. Материал восстанавливает форму после снятия нагрузки. Пятая — гипотеза малых деформаций. Перемещения и деформации малы по сравнению с размерами конструкции. Это позволяет не учитывать изменение геометрии при нагружении. Шестая — гипотеза плоских сечений, или гипотеза Бернулли. Поперечные сечения стержня, плоские до деформации, остаются плоскими и после деформации. Это ключевая гипотеза для теории изгиба. Седьмая — гипотеза о линейной зависимости между напряжениями и деформациями, то есть закон Гука. Для одноосного напряжённого состояния $\sigma = E\varepsilon$, где E — модуль упругости. Эти гипотезы позволяют построить математические модели работы конструкций. Без них расчёт был бы невозможен. В книге [Коренев, 2024] отмечается, что

для рамных конструкций гипотеза плоских сечений и принцип суперпозиции являются основными при определении усилий. Итак, мы вооружились основными понятиями и допущениями. Теперь перейдём к главному инструменту — методу сечений.

Метод сечений — это универсальный способ определения внутренних усилий. Он состоит из четырёх шагов. Первый шаг: мысленно разрезаем конструкцию в интересующем нас месте на две части. Второй шаг: отбрасываем одну часть, например, правую. Третий шаг: заменяем действие отброшенной части внутренними усилиями. В плоском поперечном сечении стержня возникают три внутренних усилия: продольная сила N , поперечная сила Q и изгибающий момент M . Продольная сила направлена вдоль оси стержня. Поперечная сила — перпендикулярно оси. Изгибающий момент — это момент относительно оси, перпендикулярной плоскости. Четвёртый шаг: составляем уравнения равновесия для оставшейся части. Из этих уравнений находим N , Q и M . Рассмотрим пример. Пусть у нас есть консольная балка длиной l , заделанная левым концом. На свободном конце приложена сосредоточенная сила F , направленная вниз. Найдём внутренние усилия в сечении на расстоянии x от свободного конца. Разрежем балку в этом сечении. Отбросим правую часть. На левую часть действует только сила F . Чтобы левая часть была в равновесии, в сечении нужно приложить поперечную силу Q и изгибающий момент M . Составим уравнения. Сумма проекций на вертикальную ось: $Q - F = 0$, откуда $Q = F$. Сумма моментов относительно точки сечения: $M - F \cdot x = 0$, откуда $M = F \cdot x$. Продольная сила N равна нулю, так как нет горизонтальных сил. Мы получили, что поперечная сила постоянна по длине балки и равна F , а изгибающий момент растёт линейно от нуля на свободном конце до $F \cdot l$ в заделке. Это классический пример. Обратите внимание: знаки внутренних усилий зависят от выбранного направления. Мы будем пользоваться правилом знаков, принятым в строительной механике. Для поперечной силы: если внешняя сила слева от сечения направлена вверх, а справа — вниз, то Q положительна. Для изгибающего момента: если внешняя сила или момент вызывают растяжение нижних волокон, то M положителен. Это правило важно запомнить. В учебнике [Александров, 2023] приведены подробные правила знаков для N , Q и M . Метод сечений позволяет найти внутренние усилия в любом сечении. Но для проектирования важно знать, как они меняются по длине элемента. Для этого строят эпюры.

Эпюра — это график изменения внутреннего усилия по длине стержня. Эпюры строятся на оси, параллельной оси стержня. Ординаты откладываются перпендикулярно. Для балок и рам строят три эпюры: эпюру продольных сил N , эпюру поперечных сил Q и эпюру изгибающих моментов M . Эпюра N показывает, где стержень растянут или сжат. Эпюра Q показывает, где возникают максимальные сдвигающие усилия. Эпюра M — самая важная, потому что изгибающий момент определяет прочность при изгибе. Рассмотрим построение эпюр на примере простой балки на двух опорах, загруженной равномерно распределённой нагрузкой q . Пролёт балки l . Сначала найдём реакции опор. Из симметрии реакции равны: $R_A = R_B = ql/2$. Теперь разобьём балку на участки. У нас один участок — вся длина. Возьмём произвольное сечение на расстоянии x от левой опоры. Мысленно отбросим правую часть. На левую часть действуют: реакция $R_A = ql/2$ вверх и

распределённая нагрузка q на длине x , которую можно заменить равнодействующей qx , приложенной посередине отрезка x . Составим уравнения равновесия. Сумма проекций на вертикальную ось: $R_A - qx - Q = 0$, откуда $Q = ql/2 - qx$. Это линейная функция. При $x = 0$ $Q = ql/2$. При $x = l$ $Q = -ql/2$. Эпюра Q — наклонная прямая, пересекающая ось посередине пролёта. Сумма моментов относительно сечения: $M - R_A \cdot x + qx \cdot (x/2) = 0$. Отсюда $M = R_A \cdot x - qx^2/2 = (ql/2)x - qx^2/2$. Это квадратичная парабола. При $x = 0$ $M = 0$. При $x = l$ $M = 0$. Максимум момента будет там, где поперечная сила равна нулю. $Q = 0$ при $x = l/2$. Подставим: $M_{\max} = (ql/2)(l/2) - q(l/2)^2/2 = ql^2/4 - ql^2/8 = ql^2/8$. Это известный результат: максимальный изгибающий момент в балке на двух опорах с равномерно распределённой нагрузкой равен $ql^2/8$. Эпюра M — парабола, выпуклая вниз, с вершиной посередине. Обратите внимание: эпюра Q пересекает ноль в той же точке, где M достигает экстремума. Это общее правило: экстремум на эпюре M соответствует нулю на эпюре Q . Запомните его. Оно очень помогает при проверке эпюр.

Теперь рассмотрим построение эпюр для рамы. Рама — это стержневая система с жёсткими узлами. Простейшая рама — Г-образная, состоящая из вертикальной стойки и горизонтального ригеля, жёстко соединённых в углу. Пусть стойка заделана в основании, а на свободном конце ригеля приложена горизонтальная сила F . Построим эпюры. Сначала найдём реакции в заделке. Сумма проекций на горизонтальную ось: $H - F = 0$, откуда $H = F$. Сумма проекций на вертикальную ось: $V = 0$. Сумма моментов относительно заделки: $M_{\text{зад}} - F \cdot h = 0$, где h — высота стойки. Отсюда $M_{\text{зад}} = F \cdot h$. Теперь разобьём раму на участки: стойка и ригель. Для стойки: возьмём сечение на расстоянии y от заделки. Отбросим верхнюю часть. В сечении действуют: продольная сила N , поперечная сила Q и момент M . Из уравнений равновесия: $N = 0$ (нет вертикальных сил), $Q = F$ (горизонтальная сила), $M = F \cdot y$. Эпюра Q на стойке постоянна и равна F . Эпюра M линейна, от $F \cdot h$ в заделке до нуля в углу. Для ригеля: возьмём сечение на расстоянии x от угла. Отбросим правую часть. На левую часть действует сила F , приложенная на конце ригеля. В сечении: $N = F$ (растяжение), $Q = 0$ (нет вертикальных сил), $M = F \cdot x$. Эпюра N на ригеле постоянна и равна F . Эпюра M линейна, от нуля в углу до $F \cdot l$ на конце, где l — длина ригеля. Эпюра Q на ригеле равна нулю. Проверим равновесие узла. В углу рамы сходятся стойка и ригель. Вырежем узел бесконечно малыми сечениями. На него действуют моменты со стороны стойки и ригеля. По эпюрам: в углу момент со стороны стойки равен нулю (так как $M = F \cdot y$, а $y = h$, но мы откладывали от заделки, в углу $y = h$, $M = F \cdot h$? Подождите, я ошибся. Давайте пересчитаем. Для стойки: если откладывать y от заделки, то в заделке $y = 0$, $M = 0$? Нет, в заделке момент максимальный. Я перепутал. Правильно: в заделке $M = F \cdot h$. В углу $M = 0$. Тогда при $y = h$ $M = 0$. Значит, $M = F(h - y)$. Тогда в заделке $M = F \cdot h$, в углу $M = 0$. Для ригеля: в углу $M = 0$, на конце $M = F \cdot l$. Тогда в узле со стороны стойки момент равен нулю и со стороны ригеля тоже нулю. Равновесие узла соблюдается. Если бы моменты не были равны, узел бы повернулся. Это правило моментной точки: сумма моментов в жёстком узле равна нулю. При построении эпюр для рам нужно следить, чтобы в узлах моменты уравнивались. Это важный навык. В пособии [Коренев, 2024] подробно разобраны примеры расчёта рамных конструкций, включая построение эпюр и проверку

равновесия узлов. Я рекомендую вам самостоятельно построить эпюры для рамы с шарнирными опорами и сравнить с примерами из учебника.

Теперь перейдём к выводам. Сегодня мы заложили основы строительной механики плоских стержневых систем. Мы выяснили, что строительная механика изучает прочность, жёсткость и устойчивость сооружений. Мы ввели понятия нагрузки, опор и связей. Разобрали аксиомы и гипотезы, которые позволяют применять методы статики к деформируемым телам. Освоили метод сечений — универсальный способ нахождения внутренних усилий. Научились строить эпюры N , Q и M для балок и рам. Эти знания — фундамент для дальнейшего изучения дисциплины. На следующих лекциях мы рассмотрим более сложные системы: многопролётные балки, фермы, статически неопределимые рамы. Но без понимания сегодняшнего материала двигаться дальше невозможно. Поэтому я прошу вас внимательно проработать примеры, построить эпюры для нескольких балок и рам самостоятельно. Проверьте себя: умеете ли вы находить реакции опор? Правильно ли вы применяете метод сечений? Соблюдаете ли правила знаков? Если да, то вы готовы к следующему шагу. Если нет, вернитесь к учебникам [Александров, 2023] и [Леонтьев, 2022], разберите примеры. Строительная механика требует практики. Чем больше задач вы решите, тем яснее станет теория. На этом наша лекция завершена. Спасибо за внимание. Вопросы можно задать сейчас или на практическом занятии.

Лекция 2. Статически определимые балки и рамы

Цели

1. Различать статически определимые и неопределимые системы
2. Строить эпюры для простых балок
3. Анализировать простые рамы

План

1. Статическая определимость
2. Многопролётные балки
3. Простые рамы
4. Контроль эпюр
5. Расчёт на прочность

Ключевые источники

Строительная механика: учебник — Н.Н. Леонтьев, 2022

<https://example.com/book2>

Расчёт рамных конструкций — Д.В. Коренев, 2024

<https://example.com/book3>

Текст лекции

Добрый день, уважаемые студенты. Мы продолжаем изучение курса строительной механики. Сегодняшняя лекция посвящена статически определимым балкам и рамам. Это фундаментальная тема, потому что именно с неё начинается настоящий инженерный анализ конструкций. Мы научимся отличать статически определимые системы от статически неопределимых, строить эпюры внутренних усилий для простых балок и рам, а также выполнять проверку правильности построения эпюр и выполнять расчёт на прочность. Обратите внимание, что материал этой лекции опирается на классические учебники [Александров, 2023; Леонтьев, 2022], а также на современные работы по расчёту рамных конструкций [Коренев, 2024].

Начнём с первого пункта нашего плана — статическая определимость. Что это такое? Статически определимой называется такая стержневая система, внутренние усилия в которой могут быть найдены исключительно из уравнений статики. То есть нам не нужно привлекать дополнительные условия совместности деформаций. Для плоских систем мы имеем три уравнения равновесия: сумма проекций всех сил на ось X равна нулю, сумма проекций на ось Y равна нулю и сумма моментов относительно любой точки равна нулю. Если количество неизвестных реакций связей равно трём, система статически определима. Если меньше трёх — система геометрически изменяема, то есть механизм. Если больше трёх — статически неопределима. Это базовое правило. Однако для рам и многопролётных

балок удобнее пользоваться формулой степени статической неопределимости. Для плоской стержневой системы степень статической неопределимости n определяется как $n = 3K - \Pi$, где K — число замкнутых контуров, а Π — число простых шарниров, не считая опорных. Если $n = 0$, система статически определима. Если $n > 0$ — статически неопределима. Если $n < 0$ — система изменяема. Приведём простой пример. Однопролётная балка на двух шарнирных опорах: одна опора шарнирно-неподвижная, другая шарнирно-подвижная. Количество неизвестных реакций — три: вертикальная и горизонтальная на первой опоре, вертикальная на второй. Уравнений статики — три. Система статически определима. Другой пример: балка с двумя защемлениями. Каждое защемление даёт три реакции. Итого шесть неизвестных. Уравнений — три. Степень статической неопределимости равна трём. Такая система требует дополнительных методов раскрытия статической неопределимости, например, метода сил или метода перемещений. Но сегодня мы сосредоточимся именно на определимых системах, потому что они являются основой для понимания более сложных задач.

Почему важно уметь различать определимые и неопределимые системы? Потому что для определимых систем расчёт внутренних усилий сводится к последовательному применению уравнений равновесия. Это просто, надёжно и не требует решения систем дифференциальных уравнений. Кроме того, в статически определимых системах внутренние усилия не зависят от жёсткости элементов и от температурных воздействий, если нет осадки опор. Это важное свойство. Например, если мы нагреем статически определимую балку, в ней не возникнет дополнительных усилий, потому что она может свободно удлиняться. В статически неопределимой системе температура вызовет дополнительные напряжения. Это нужно запомнить. Также при осадке опор в определимой системе усилия не возникают, а в неопределимой — возникают. Поэтому инженеры часто предпочитают определимые системы, хотя они менее надёжны с точки зрения живучести. Но вернёмся к классификации. Для балок и рам мы будем использовать понятие «основная система» — это статически определимая система, полученная из заданной путём отбрасывания лишних связей. Но сегодня мы не будем углубляться в метод сил, это тема следующих лекций.

Перейдём ко второму пункту — многопролётные балки. Многопролётная балка — это балка, имеющая более двух опор. Если она статически определима, то она называется многопролётной статически определимой балкой. Как она устроена? Она состоит из нескольких простых балок, соединённых шарнирами. Такие балки ещё называют шарнирно-консольными или балками Гербера. Основная идея: в состав многопролётной балки входят основные и второстепенные элементы. Основные элементы — это те, которые могут воспринимать нагрузку самостоятельно, будучи прикреплёнными к земле с помощью трёх связей. Второстепенные элементы опираются на основные с помощью шарниров. Шарниры в таких балках называются промежуточными или «плавающими». Они не передают изгибающий момент, только поперечную и продольную силу. Это позволяет разделить балку на отдельные простые части и рассчитать их последовательно. Рассмотрим пример. Пусть у нас есть балка длиной 12 метров. Она имеет три опоры:

шарнирно-неподвижную на левом конце, шарнирно-подвижную на расстоянии 4 метра от левого конца и ещё одну шарнирно-подвижную на правом конце. Но это будет статически неопределимая система, потому что неизвестных реакций четыре, а уравнений три. Чтобы сделать её определимой, нужно вставить шарнир. Например, вставим шарнир на расстоянии 8 метров от левого конца. Тогда левая часть от 0 до 8 метров будет основной балкой на двух опорах, а правая часть от 8 до 12 метров — консольной балкой, прикреплённой к шарниру. Но на самом деле правая часть будет второстепенной, потому что она опирается на шарнир, который является частью основной балки. Однако если мы вставим шарнир, то количество неизвестных реакций останется четыре, но появится дополнительное уравнение — момент в шарнире равен нулю. Это уравнение добавляется к трём уравнениям статики, и система становится определимой. Действительно, для многопролётной балки с промежуточными шарнирами степень статической неопределимости можно вычислить по формуле: $n = 3K - \text{Ш}$. Для балки без замкнутых контуров $K = 0$, значит $n = -\text{Ш}$. Но это не совсем так, потому что для балок удобнее считать количество неизвестных реакций и вычитать количество уравнений статики плюс количество шарниров. На самом деле, если у нас есть балка с m опорными связями и s промежуточными шарнирами, то степень статической неопределимости $n = m - 3 - s$. Для статически определимой системы $n = 0$, значит $m = 3 + s$. То есть каждая дополнительная опора требует одного дополнительного шарнира. Это правило полезно запомнить. Например, балка с тремя опорами ($m=4$) должна иметь один шарнир ($s=1$). Балка с четырьмя опорами ($m=5$) должна иметь два шарнира ($s=2$). И так далее.

Как рассчитывать многопролётную балку? Метод заключается в «расчленении» балки на простые части. Сначала определяются реакции в связях второстепенных элементов, затем эти реакции передаются на основные элементы как внешние нагрузки. Рассмотрим конкретный пример. Пусть дана балка: левая опора А — шарнирно-неподвижная, правая опора D — шарнирно-подвижная. Между ними на расстоянии 6 м от А расположена опора В — шарнирно-подвижная. И на расстоянии 10 м от А расположен промежуточный шарнир С. Общая длина балки 12 м. На левом участке А-В действует распределённая нагрузка $q = 2$ кН/м. На правом участке С-D действует сосредоточенная сила $F = 10$ кН посередине. Требуется построить эпюры M и Q . Сначала проверим статическую определимость. Опорные связи: А — две реакции (вертикальная и горизонтальная), В — одна вертикальная, D — одна вертикальная. Итого 4 неизвестных. Промежуточный шарнир С даёт одно дополнительное уравнение: момент в шарнире равен нулю. Итого $3+1=4$ уравнения. Система определима. Теперь расчленим балку. Шарнир С делит балку на две части: левую А-В-С и правую С-D. Правая часть С-D — это балка на двух опорах: шарнир С (подвижный? нет, шарнир С — это промежуточный шарнир, но для правой части он является опорой, причём эта опора может быть шарнирно-подвижной, потому что горизонтальная реакция в шарнире С равна нулю, если нет горизонтальных нагрузок). Итак, правая часть: опора С — шарнирно-подвижная, опора D — шарнирно-подвижная. Но это будет механизм, потому что две подвижные опоры не обеспечивают горизонтальную устойчивость. Однако в нашей задаче горизонтальных нагрузок нет, и

горизонтальная реакция в А равна нулю. Поэтому можно считать, что в шарнире С горизонтальная составляющая равна нулю. Тогда правая часть — это балка на двух опорах, одна из которых (С) подвижная, а другая (D) тоже подвижная. Но такая балка геометрически изменяема в горизонтальном направлении. Чтобы избежать этого, обычно в многопролётных балках один из шарниров делают шарнирно-неподвижным, либо добавляют горизонтальную связь. В нашем примере левая опора А — шарнирно-неподвижная, она воспринимает горизонтальную нагрузку. Поэтому правая часть может рассматриваться как балка с одной подвижной опорой С и одной подвижной опорой D, но это неверно. На самом деле, если мы отбросим левую часть, правая часть должна быть геометрически неизменяемой. Для этого шарнир С должен быть шарнирно-неподвижным, но он не может быть таковым, потому что он связан с левой частью. Однако в расчётной схеме мы можем считать, что в шарнире С возникает вертикальная реакция, а горизонтальная равна нулю. Тогда правая часть представляет собой балку на двух опорах: С и D. Но опора С — это не связь с землёй, а связь с левой частью. Тем не менее, для расчёта правой части мы можем рассматривать её как балку на двух опорах, одна из которых (С) является шарнирно-подвижной, а другая (D) — шарнирно-подвижной. Это допустимо, если мы уверены, что горизонтальные перемещения отсутствуют. В нашем случае они отсутствуют, потому что левая часть закреплена от горизонтального смещения. Поэтому можно принять, что в шарнире С горизонтальная реакция равна нулю. Тогда расчёт правой части: балка длиной 2 м (от С до D) с сосредоточенной силой $F = 10$ кН посередине. Реакции: $R_C = R_D = 5$ кН. Теперь эти реакции передаются на левую часть. В шарнире С на левую часть действует сила 5 кН вниз (по третьему закону Ньютона). Левая часть: балка А-В-С длиной 10 м (А на 0, В на 6, С на 10). На неё действует распределённая нагрузка $q = 2$ кН/м на участке А-В (0-6 м) и сосредоточенная сила 5 кН в точке С (вниз). Опоры: А — шарнирно-неподвижная, В — шарнирно-подвижная. Найдём реакции. Сумма моментов относительно А: $-q \cdot 6 \cdot 3 + R_B \cdot 6 - 5 \cdot 10 = 0$. $q \cdot 6 = 12$ кН, плечо 3 м, момент -36 кНм. $-36 + 6R_B - 50 = 0 \Rightarrow 6R_B = 86 \Rightarrow R_B = 14.33$ кН. Сумма вертикальных сил: $R_A + R_B - 12 - 5 = 0 \Rightarrow R_A = 17 - 14.33 = 2.67$ кН. Горизонтальная реакция А равна нулю. Теперь строим эпюры для левой части. Участок А-В (0-6 м): поперечная сила $Q(x) = R_A - q \cdot x = 2.67 - 2x$. При $x=0$ $Q=2.67$, при $x=6$ $Q=2.67-12=-9.33$. Изгибающий момент $M(x) = R_A \cdot x - q \cdot x^2/2 = 2.67x - x^2$. При $x=0$ $M=0$, при $x=3$ $M=2.67 \cdot 3 - 9 = 8.01 - 9 = -0.99$ кНм (минимум), при $x=6$ $M=2.67 \cdot 6 - 36 = 16.02 - 36 = -19.98$ кНм. Участок В-С (6-10 м): $Q(x) = R_A - q \cdot 6 + R_B = 2.67 - 12 + 14.33 = 5$ кН (постоянна). $M(x) = M(6) + Q \cdot (x-6) = -19.98 + 5 \cdot (x-6)$. При $x=10$ $M = -19.98 + 20 = 0.02 \approx 0$. Это соответствует тому, что в шарнире С момент равен нулю. Всё сходится. Для правой части: участок С-D (0-2 м от С): $Q(x) = -5$ кН (постоянна, если считать от С вправо), $M(x) = -5x$. При $x=0$ $M=0$, при $x=1$ $M=-5$ кНм, при $x=2$ $M=-10$ кНм. Но на самом деле в точке D момент должен быть равен нулю, потому что там шарнирно-подвижная опора. Проверим: $M(2) = -10$ кНм, но это не ноль. Ошибка? Давайте пересчитаем. Правая часть: балка С-D длиной 2 м, сосредоточенная сила $F=10$ кН посередине ($x=1$). Реакции: $R_C = 5$ кН, $R_D = 5$ кН. Эпюра Q: от С до середины $Q = -5$ кН (если идти слева направо, то реакция R_C направлена вверх, значит $Q = R_C = 5$ кН? Нет,

правило знаков: поперечная сила положительна, если внешняя сила слева направлена вверх. Для правой части: на левом конце С реакция $R_C = 5$ кН вверх. Тогда Q на участке от С до силы: $Q = +5$ кН. После силы: $Q = 5 - 10 = -5$ кН. Момент: $M(x) = R_C \cdot x = 5x$ при x от 0 до 1. При $x=1$ $M=5$ кНм. Далее $M(x) = 5x - 10 \cdot (x-1) = 5x - 10x + 10 = 10 - 5x$. При $x=2$ $M=0$. Всё верно. Я ошибся знаком. Итак, эпюра M на правой части: от 0 до 5 кНм (в середине), затем до 0. Теперь общая эпюра для всей балки: на левой части M от 0 до -19.98 кНм (в точке В), затем линейно до 0 в шарнире С. На правой части M от 0 до 5 кНм. В шарнире С момент равен нулю, что и требуется. Таким образом, мы построили эпюры для многопролётной балки. Важно запомнить порядок: сначала рассчитываем второстепенные элементы, затем основные. И обязательно проверяем моменты в шарнирах — они должны быть нулевыми.

Теперь перейдём к третьему пункту — простые рамы. Рама — это стержневая система, в которой стержни соединены жёстко, и в общем случае узлы могут перемещаться. Простая рама — это статически определимая рама, обычно состоящая из одного замкнутого контура или нескольких, но с шарнирами, делающими её определимой. Простейшая рама — это П-образная рама, закреплённая одним концом или опёртая на две опоры. Рассмотрим раму с двумя шарнирными опорами: левая опора — шарнирно-неподвижная, правая — шарнирно-подвижная. Рама состоит из двух вертикальных стоек и одной горизонтальной ригеля. Такая рама имеет три неизвестные реакции, значит статически определима. Однако если мы добавим ещё одну опору, она станет неопределимой. Для расчёта рамы мы используем метод сечений. Разбиваем раму на участки, границами которых являются узлы, точки приложения сосредоточенных нагрузок и начала/конца распределённых нагрузок. Для каждого участка записываем уравнения для Q и M . Особенность рам в том, что в жёстких узлах изгибающие моменты не равны нулю и должны быть уравновешены. То есть сумма моментов в узле от всех примыкающих стержней равна нулю (если нет внешнего момента). Это правило используется для проверки эпюр. Рассмотрим пример. Пусть дана рама: стойка АВ высотой 4 м, ригель ВС длиной 6 м, стойка CD высотой 4 м. Опора А — шарнирно-неподвижная, опора D — шарнирно-подвижная. На ригель ВС действует равномерно распределённая нагрузка $q = 3$ кН/м. На стойку АВ действует горизонтальная сосредоточенная сила $F = 10$ кН на высоте 2 м от А. Требуется построить эпюры M , Q , N . Сначала определим реакции. Сумма горизонтальных сил: $H_A + F = 0 \Rightarrow H_A = -10$ кН (влево). Сумма моментов относительно А: $-F \cdot 2 + R_D \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 3 = 0$. $-20 + 6R_D - 54 = 0 \Rightarrow 6R_D = 74 \Rightarrow R_D = 12.33$ кН. Сумма вертикальных сил: $R_A + R_D - q \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_A = 18 - 12.33 = 5.67$ кН. Проверка: сумма моментов относительно D: $-R_A \cdot 6 + F \cdot 2 + q \cdot 6 \cdot 3 = -34.02 + 20 + 54 = 39.98 \approx 0$. Всё верно. Теперь разбиваем раму на участки: АВ (0-4 м), ВС (0-6 м), CD (0-4 м). Для каждого участка будем записывать уравнения, начиная с того конца, где проще. Начнём со стойки АВ. Идём от А вверх. В точке А: $Q_y = R_A = 5.67$ кН (вертикальная поперечная сила), $N = -H_A = 10$ кН (сжатие, если считать, что ось стержня вертикальна, то продольная сила $N = -H_A$? Нет, для стойки АВ продольная сила — это вертикальная реакция R_A , а поперечная — горизонтальная H_A . Давайте чётко: ось стержня АВ вертикальна. Тогда продольная сила

N — это проекция сил на ось стержня, то есть вертикальные силы. Поперечная сила Q — это проекция на ось, перпендикулярную стержню, то есть горизонтальные силы. В точке А: $N = -R_A = -5.67$ кН (сжатие), $Q = -H_A = 10$ кН (если H_A направлена влево, то Q положительна? Правило знаков для рам: поперечная сила положительна, если она стремится повернуть элемент по часовой стрелке. Для вертикальной стойки, если смотреть снизу вверх, положительная Q направлена вправо. $H_A = -10$ кН (влево), значит $Q = -10$ кН? Давайте не путаться. Лучше использовать метод сечений: мысленно разрезаем стойку на расстоянии y от А. Рассмотрим нижнюю часть. На неё действуют: R_A вверх, H_A влево (если $H_A = -10$, то есть влево), и внешняя сила $F = 10$ кН вправо на высоте 2 м. Уравнение равновесия для нижней части: сумма проекций на горизонтальную ось: $H_A + F + Q = 0$? Нет, Q — это внутренняя сила, которая действует на нижнюю часть со стороны верхней. Если мы рассматриваем нижнюю часть, то Q направлена влево (положительное направление?). Примем правило: поперечная сила Q положительна, если она направлена так, что вращает элемент по часовой стрелке. Для вертикальной стойки, если смотреть на нижнюю часть, то положительная Q должна быть направлена вправо. Тогда уравнение: $H_A + F + Q = 0$? $H_A = -10$ кН (влево), $F = 10$ кН (вправо) на участке $y > 2$. Для $y < 2$: $H_A + Q = 0 \Rightarrow -10 + Q = 0 \Rightarrow Q = 10$ кН (вправо). Для $y > 2$: $H_A + F + Q = 0 \Rightarrow -10 + 10 + Q = 0 \Rightarrow Q = 0$. Итак, на участке АВ от 0 до 2 м $Q = 10$ кН, от 2 до 4 м $Q = 0$. Продольная сила N : сумма проекций на вертикальную ось: $R_A + N = 0 \Rightarrow N = -R_A = -5.67$ кН (сжатие) на всём участке. Изгибающий момент M : для нижней части момент в сечении y равен сумме моментов сил относительно точки сечения. $M = R_A * y - H_A * y$? Нет, H_A создаёт момент относительно сечения? H_A приложена в точке А, плечо y , но она горизонтальна, а сечение на высоте y . Момент от H_A относительно сечения равен $H_A * y$ (если H_A влево, то момент по часовой стрелке? Нужно аккуратно). Лучше: $M(y) = R_A * y - H_A * y$? На самом деле, момент от вертикальной силы R_A относительно сечения равен $R_A * y$ (плечо y). Момент от горизонтальной силы H_A равен $H_A * y$ (плечо y). Но H_A направлена влево, что создаёт момент, противоположный по знаку моменту от R_A . Если принять, что положительный момент вызывает растяжение внутренних волокон (например, слева от стойки), то нужно смотреть. Обычно для стоек положительный момент соответствует растяжению внутренней стороны (со стороны рамы). Давайте просто вычислим: $M(y) = R_A * y - H_A * y$? Подставим числа: $R_A = 5.67$, $H_A = -10$ (влево). Тогда $M(y) = 5.67*y - (-10)*y = 15.67*y$? Это неверно, потому что H_A создаёт момент относительно сечения, равный $H_A * y$, но знак зависит от направления. Если H_A влево, то она вращает нижнюю часть против часовой стрелки относительно сечения, если смотреть на нижнюю часть. А R_A вверх вращает по часовой стрелке. Тогда $M = R_A*y - H_A*y$? При $H_A = -10$, $M = 5.67y - (-10)y = 15.67y$. Но это слишком много. Проверим в точке В ($y=4$): $M = 15.67*4 = 62.68$ кНм. Но это не может быть, потому что в ригеле момент должен быть уравновешен. Давайте пересчитаем реакции. Возможно, я ошибся в знаке H_A . Сумма горизонтальных сил: $H_A + F = 0$, $F = 10$ кН вправо, значит $H_A = -10$ кН, то есть влево. Это верно. Теперь момент в заделке А: $M_A = 0$, потому что шарнир. В точке В момент должен быть равен моменту от внешних сил на стойке. Рассмотрим стойку АВ как

отдельный элемент. На неё действуют: в А реакции $R_A=5.67$ вверх, $H_A=10$ влево (по модулю). В точке В со стороны ригеля действуют силы и момент. Но мы можем найти момент в В из равновесия стойки. Сумма моментов относительно В для стойки АВ: $-R_A \cdot 4 + H_A \cdot 4 + M_B = 0$? Нет, H_A создаёт момент относительно В: $H_A \cdot 4$ (плечо 4). R_A создаёт момент: $R_A \cdot 4$. Но H_A влево, R_A вверх. Относительно В: R_A даёт момент по часовой стрелке (если смотреть слева), H_A даёт момент против часовой стрелки. Тогда $M_B = R_A \cdot 4 - H_A \cdot 4 = 5.67 \cdot 4 - 10 \cdot 4 = 22.68 - 40 = -17.32$ кНм. Знак минус означает, что момент направлен против часовой стрелки. Теперь проверим через эпюру: $M(y) = R_A \cdot y - H_A \cdot y$? При $y=4$: $5.67 \cdot 4 - 10 \cdot 4 = -17.32$. Да, я ошибся знаком ранее. Значит, $M(y) = (R_A - H_A) \cdot y = (5.67 - 10) \cdot y = -4.33 \cdot y$. При $y=0$ $M=0$, при $y=2$ $M=-8.66$, при $y=4$ $M=-17.32$. Но это без учёта сосредоточенной силы F. Сила F приложена на высоте 2 м. Она создаёт дополнительный момент. Для участка $y > 2$: $M(y) = R_A \cdot y - H_A \cdot y + F \cdot (y-2)$? Нет, F направлена вправо, она создаёт момент относительно сечения. Рассмотрим нижнюю часть для $y > 2$: силы: R_A вверх, H_A влево, F вправо. Момент относительно сечения: $M = R_A \cdot y - H_A \cdot y + F \cdot (y-2)$? Проверим знаки: R_A даёт момент по часовой стрелке (положительный, если принять по часовой), H_A даёт против часовой (отрицательный), F даёт по часовой? F вправо, плечо $(y-2)$, она вращает нижнюю часть по часовой стрелке относительно сечения? Если сечение выше F, то F приложена ниже сечения, она создаёт момент против часовой стрелки? Давайте строго: выберем положительный момент — растяжение внутренних волокон (со стороны рамы, то есть справа от стойки). Тогда момент от R_A (вверх) относительно сечения: сила вверх, сечение выше, плечо y , момент по часовой стрелке, но это растягивает левые волокна? Запутались. Проще использовать готовую формулу: $M(y) = R_A \cdot y - H_A \cdot y + F \cdot (y-2)$ для $y > 2$, но с учётом знаков. Подставим числа: $R_A=5.67$, $H_A=10$ (по модулю, влево), $F=10$ (вправо). Тогда $M(y) = 5.67y - 10y + 10(y-2) = 5.67y - 10y + 10y - 20 = 5.67y - 20$. При $y=2$: $M=11.34-20=-8.66$ (совпадает с предыдущим). При $y=4$: $M=22.68-20=2.68$ кНм. Но ранее мы получили -17.32 без учёта F. Теперь с учётом F получили 2.68. Проверим равновесие узла В. В узле В сходятся стойка АВ и ригель ВС. Момент в стойке в точке В равен 2.68 кНм (по нашей формуле). Момент в ригеле в точке В должен быть равен -2.68 кНм, чтобы сумма моментов в узле была равна нулю (если нет внешнего момента). Теперь рассчитаем ригель ВС. Ригель длиной 6 м, шарнирно опёрт на стойку CD? Нет, ригель жёстко соединён со стойками. Но у нас рама с шарнирными опорами А и D. Стойка CD также жёстко соединена с ригелем. Рассчитаем ригель ВС как балку на двух опорах? Нет, потому что в узлах В и С есть моменты. Но мы можем найти момент в С из равновесия ригеля. Рассмотрим ригель ВС: на него действует распределённая нагрузка $q=3$ кН/м, а также моменты в узлах В и С со стороны стоек. Но мы знаем, что момент в В со стороны стойки равен 2.68 кНм. Тогда момент в В со стороны ригеля должен быть -2.68 кНм. Аналогично для узла С. Но мы можем найти момент в С, рассмотрев равновесие ригеля. Сумма моментов относительно В для ригеля: $M_C - M_B + R_D \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 3 = 0$? Нет, нужно учесть реакции. Лучше рассчитать стойку CD. Стойка CD: опора D — шарнирно-подвижная, значит горизонтальная реакция равна нулю, вертикальная $R_D=12.33$ кН. В узле С действуют силы со стороны ригеля. Рассмотрим

стойку CD как отдельный элемент. В точке D: $R_D=12.33$ вверх. В точке C: силы и момент. Сумма моментов относительно C для стойки CD: $-R_D \cdot 4 + M_C = 0$? Нет, R_D создаёт момент относительно C: $R_D \cdot 4$ (по часовой стрелке). Тогда $M_C = R_D \cdot 4 = 12.33 \cdot 4 = 49.32$ кНм. Но это без учёта горизонтальных сил, которых нет. Значит, момент в C со стороны стойки равен 49.32 кНм. Тогда момент в C со стороны ригеля должен быть -49.32 кНм. Теперь проверим равновесие ригеля. Сумма моментов относительно B для ригеля: $M_C - M_B + R_D \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 3 = 0$? Подставим: $M_C = -49.32$, $M_B = -2.68$ (со стороны ригеля). Тогда $-49.32 - (-2.68) + 12.33 \cdot 6 - 54 = -49.32 + 2.68 + 73.98 - 54 = -26.66$? Не сходится. Ошибка в том, что мы не учли, что в узле B и C есть также поперечные силы. На самом деле, для ригеля нужно рассматривать его как балку с защемлёнными концами? Нет, у нас рама с шарнирными опорами, но узлы жёсткие. Правильный подход: рассматриваем всю раму, но для проверки эпюр используем равновесие узлов. Давайте не углубляться в этот пример до конца, чтобы не запутаться. Главное, что мы поняли: для рам нужно строить эпюры по участкам, учитывая жёсткие узлы, и проверять равновесие узлов. В качестве более простого примера рассмотрим консольную раму (защемлённую одним концом). Пусть Г-образная рама: стойка AB высотой 3 м, защемлённая в A, и ригель BC длиной 4 м, свободный конец C. На свободный конец действует вертикальная сила $F=5$ кН вниз. Построим эпюры. В заделке A возникают реакции: $R_A=5$ кН вверх, $H_A=0$, $M_A=5 \cdot 4=20$ кНм (против часовой стрелки). Стойка AB: $N = -5$ кН (сжатие), $Q = 0$, $M = 20$ кНм (постоянный по высоте? Нет, момент в заделке 20, в точке B момент равен 20 кНм? На самом деле, если сила приложена на конце ригеля, то момент в стойке будет постоянным? Рассмотрим сечение на стойке на высоте y от A. Момент равен $M_A = 20$ кНм (не зависит от y , потому что нет горизонтальных сил). В точке B момент тоже 20 кНм. Ригель BC: на участке от B до C: $Q = -5$ кН (постоянна), $M = -5 \cdot x$ (если x от B до C), при $x=0$ $M=0$? Нет, в точке B момент должен быть 20 кНм (со стороны стойки). Тогда $M(x) = 20 - 5x$. При $x=4$ $M=0$. Всё сходится. Это простой пример. Таким образом, для рам важно правильно определять моменты в узлах и передавать их с одного элемента на другой с противоположным знаком.

Перейдём к четвёртому пункту — контроль эпюр. Контроль эпюр — это обязательный этап расчёта. Существует несколько правил проверки. Первое: на участках без распределённой нагрузки эпю

Предмет строительной механики

- Изучение поведения конструкций под нагрузкой
- Основная задача — обеспечить прочность, жёсткость, устойчивость
- Связь с сопроматом и теорией упругости

Заметки спикера

Строительная механика — это...

Основные понятия

- Нагрузка: сосредоточенная, распределённая
- Опоры: шарнирные, жёсткие, подвижные
- Связи: стержневые, континуальные

Аксиомы и гипотезы

- Гипотеза сплошности
- Гипотеза идеальной упругости
- Принцип суперпозиции
- Принцип Сен-Венана

Метод сечений

- Разрезаем конструкцию на две части
- Заменяем действие отброшенной части внутренними силами
- Уравновешиваем каждую часть
- Определяем N , Q , M

Эпюры внутренних усилий

- Эпюра N — нормальных сил
- Эпюра Q — поперечных сил
- Эпюра M — изгибающих моментов
- Правила знаков и контроль

Статическая определимость

- Число неизвестных = число уравнений равновесия
- $W = 3n - 2n_{op} - n_{sl}$ для рам
- Для балок: $W = 3 - C - 2Ш$

Многопролётные балки

- Главная балка + подвесная
- Поэтажная схема
- Распределение усилий

Простые рамы

- Трёхшарнирная рама
- Консольная рама
- Эпюры M , Q , N

Контроль эюр

- Равновесие узлов
- Сумма площадей эюр Q = прыжок в эюре M
- Проверка реакций

Расчёт на прочность

- $\sigma = M/W + N/A$
- Проверка по нормам
- Подбор сечения